

TEORIJA SIGNALA I INFORMACIJA

Studijski program: Primijenjeno računarstvo

IX termin

Dr Nevena Radović

Realizacija diskretnih IIR sistema

- Opšti oblik funkcije prenosa diskretnih sistema je:

$$H(z) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_N z^{-N}}{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_M z^{-M}}$$

- U jednačini funkcije prenosa sistema sa beskonačnim impulsnim odzivom (**IIR sistem**) postoji imenilac. U slučaju da je $B_1 = \dots = B_M = 0$ sistem ima konačan impulsni odziv (**FIR sistem**).
- Postoje tri načina realizacije:
 - > Direktni
 - > Kaskadni
 - > Paralelni

Direktni oblik realizacije

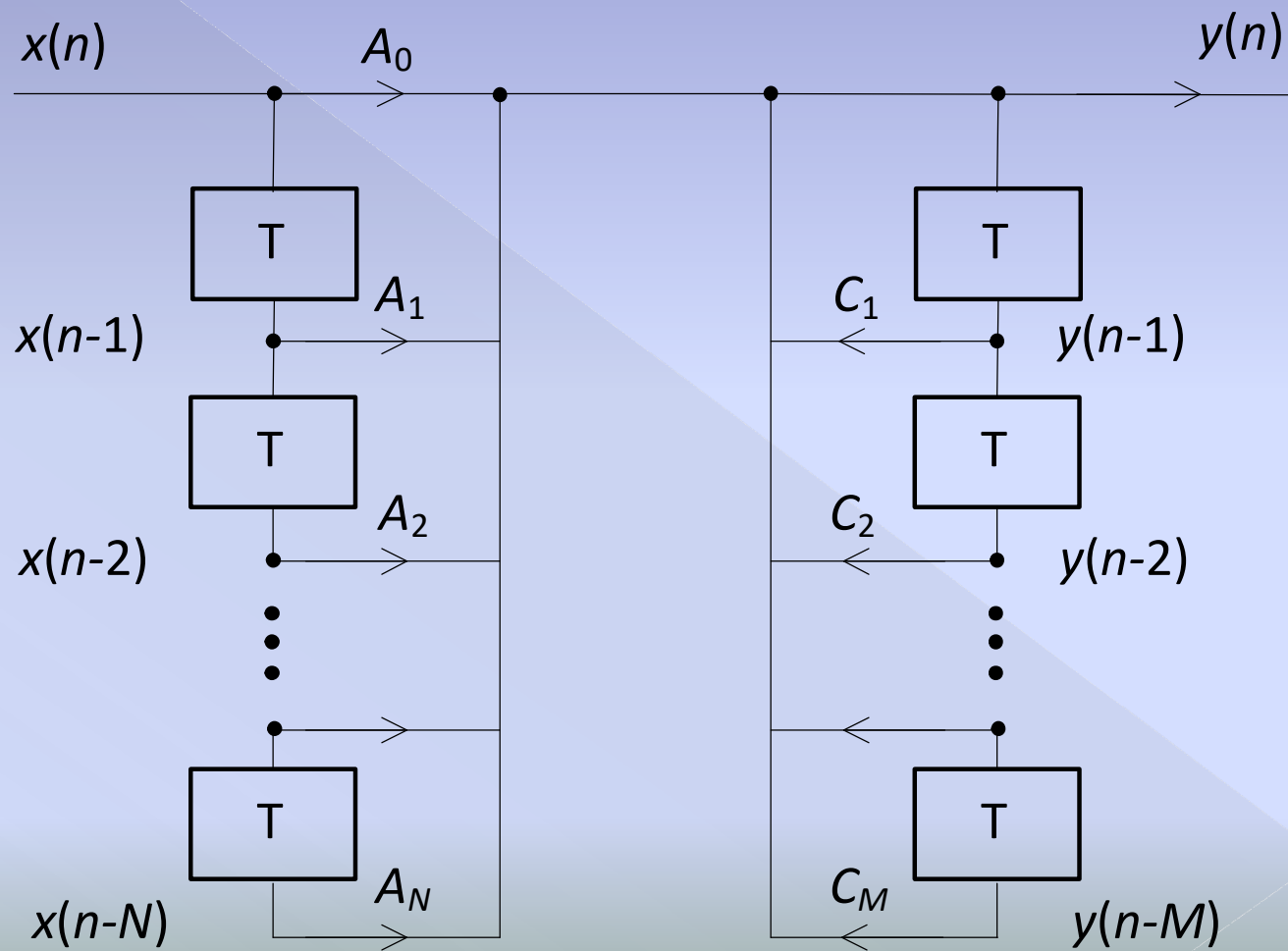
- Ovaj oblik realizacije polazi od opšte forme funkcije prenosa:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + \dots + A_N z^{-N}}{1 - C_1 z^{-1} - \dots - C_M z^{-M}}$$

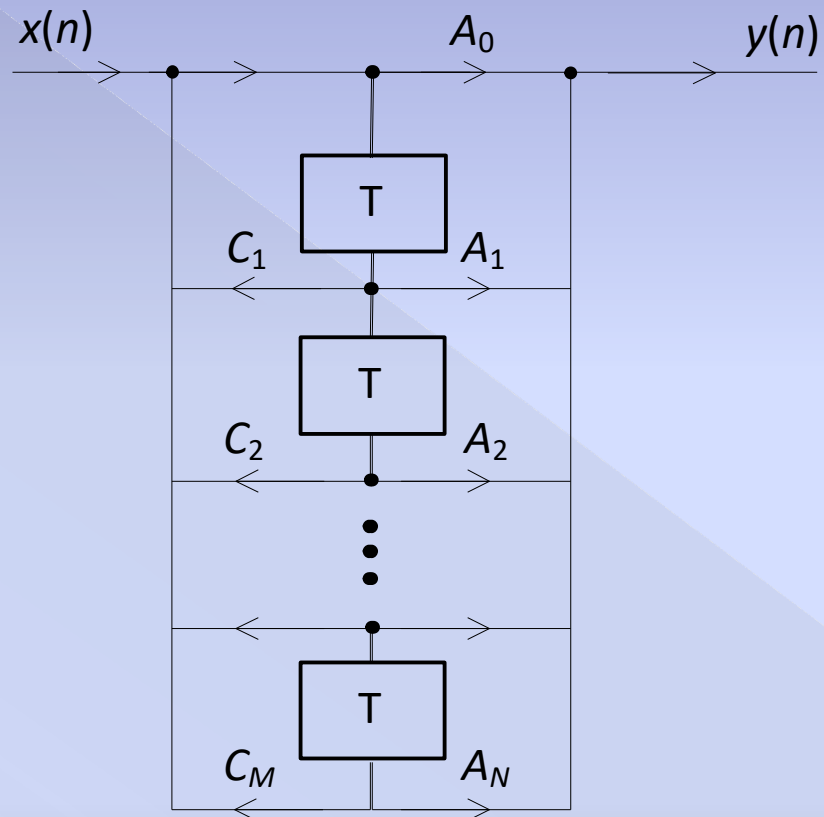
koja odgovara diferencijalnoj jednačini:

$$y(n) = A_0 x(n) + A_1 x(n-1) + \dots + A_N x(n-N) + C_1 y(n-1) + \dots + C_M y(n-M)$$

Direktni oblik realizacije



Direktni oblik realizacije



Kaskadni oblik realizacije

- Brojilac i imenilac funkcije prenosa se pišu u faktorizovanoj formi:

$$H(z) = \frac{(\alpha_0 + \alpha_{11}z^{-1} + \alpha_{12}z^{-2}) \cdots (\alpha_{k0} + \alpha_{k1}z^{-1} + \alpha_{k2}z^{-2})}{(1 - \beta_{11}z^{-1} - \beta_{12}z^{-2}) \cdots (1 - \beta_{k1}z^{-1} - \beta_{k2}z^{-2})}$$

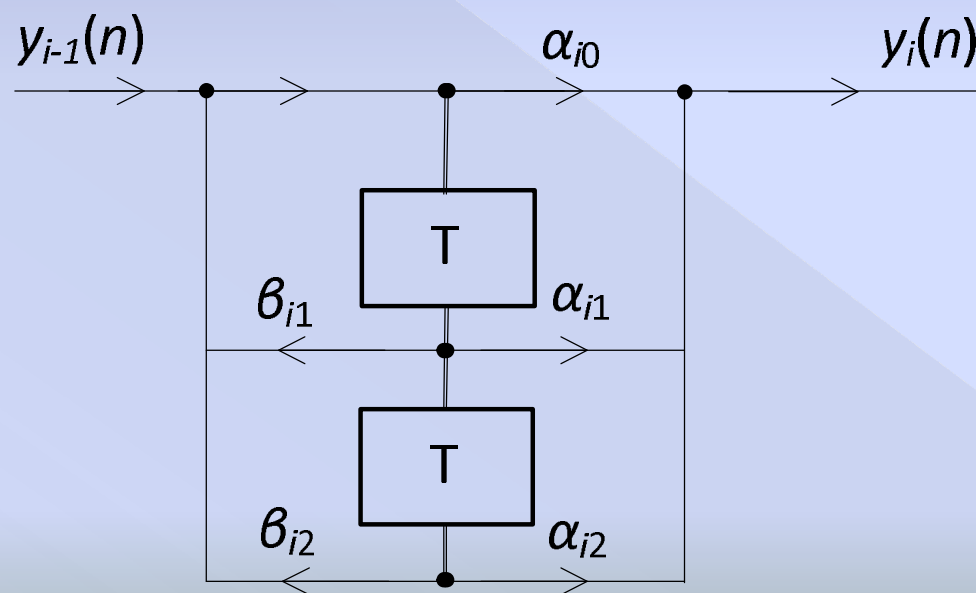
$$H(z) = H_1(z)H_2(z) \cdots H_k(z) = \prod_{i=1}^k H_i(z)$$

- gdje je:

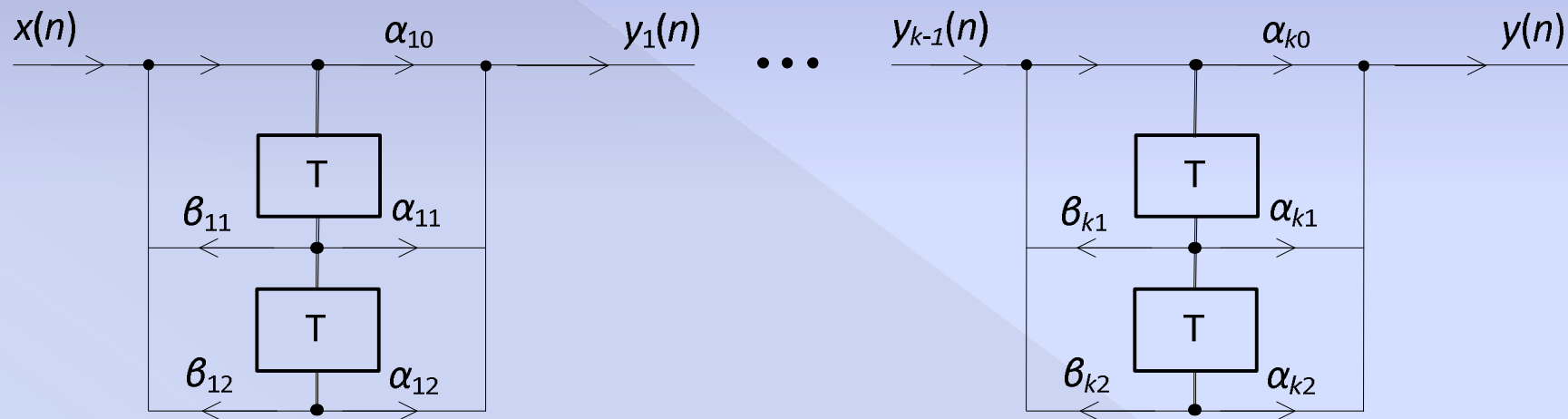
$$H_i(z) = \frac{\alpha_{i0} + \alpha_{i1}z^{-1} + \alpha_{i2}z^{-2}}{1 - \beta_{i1}z^{-1} - \beta_{i2}z^{-2}}$$

Kaskadni oblik realizacije

- $H_i(z)$ element se realizuje na analogan način kao kod direktnog oblika realizacije, s razlikom što je on elementarni dio kaskadnog oblika realizacije:



Kaskadni oblik realizacije



Paralelni oblik realizacije

- Polazimo od funkcije prenosa, pronalaze se njeni polovi i formira se suma prostih razlomaka:

$$H(z) = \sum_{i=1}^k \frac{\gamma_{i0} + \gamma_{i1}z^{-1} + \gamma_{i2}z^{-2}}{1 - \eta_{i1}z^{-1} - \eta_{i2}z^{-2}} = H_1(z) + H_2(z) + \dots + H_k(z)$$

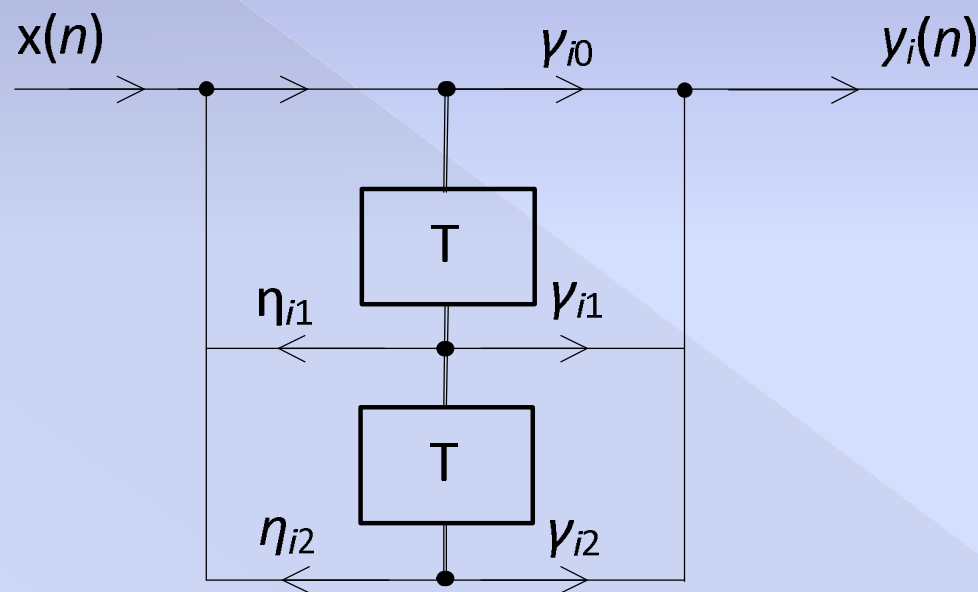
gdje je:

$$H_i(z) = \frac{\gamma_{i0} + \gamma_{i1}z^{-1} + \gamma_{i2}z^{-2}}{1 - \eta_{i1}z^{-1} - \eta_{i2}z^{-2}}$$

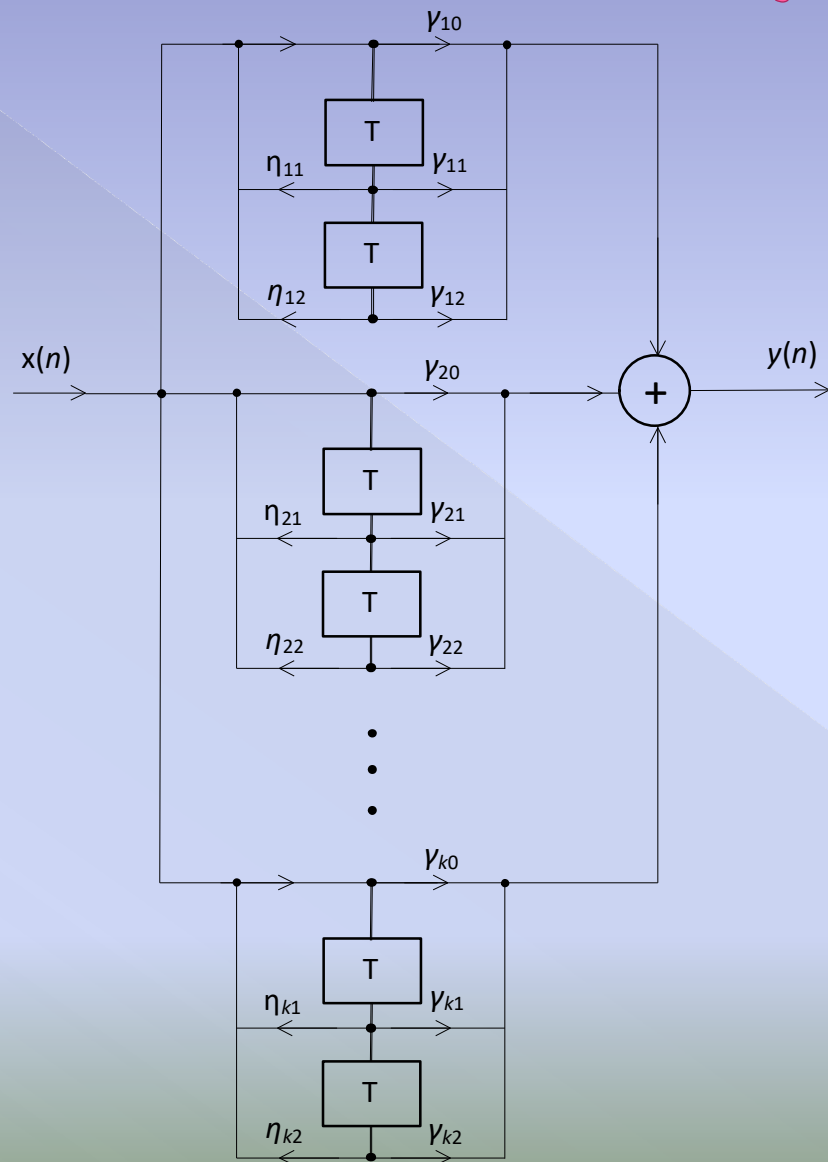
elementarni, prosti razlomak.

Paralelni oblik realizacije

- Realizacija elementarnog razlomka je:



Paralelni oblik realizacije



Realizacija diskretnih IIR sistema

- **Primjer:** Izvršiti realizaciju funkcije:

$$H(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 + 3z + 2}$$

koristeći:

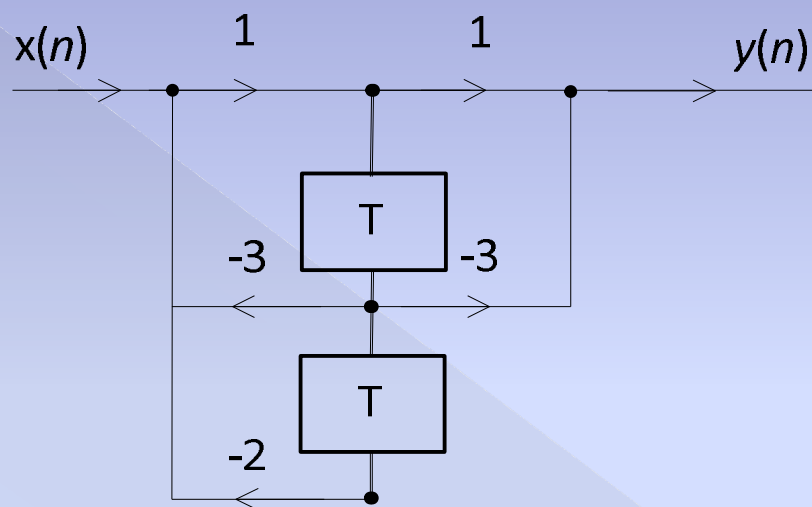
a) direktni, b) kaskadni, c) paralelni oblik realizacije.

- **Rješenje:**

a) Direktni oblik:

$$H(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 + 3z + 2} = \frac{z^2(1 - 3z^{-1})}{z^2(1 + 3z^{-1} + 2z^{-2})} = \frac{1 - 3z^{-1}}{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}}$$

Realizacija diskretnih IIR sistema

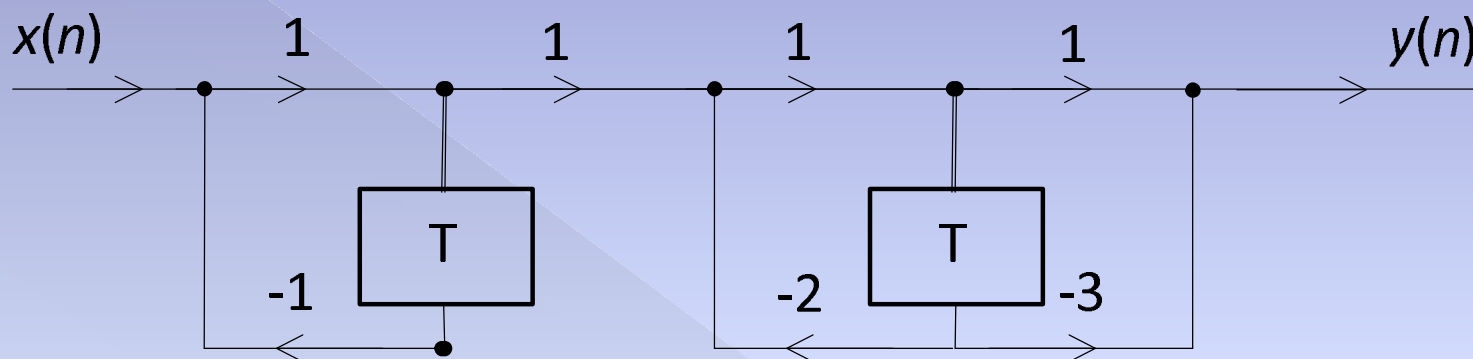


b) Kaskadni oblik:

$$z_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \quad z_1 = -1, z_2 = -2$$

$$H(z) = \frac{z(z-3)}{(z+1)(z+2)} = \frac{z}{z+1} \cdot \frac{z-3}{z+2} = \frac{1}{1+z^{-1}} \cdot \frac{1-3z^{-1}}{1+2z^{-1}}$$

Realizacija diskretnih IIR sistema



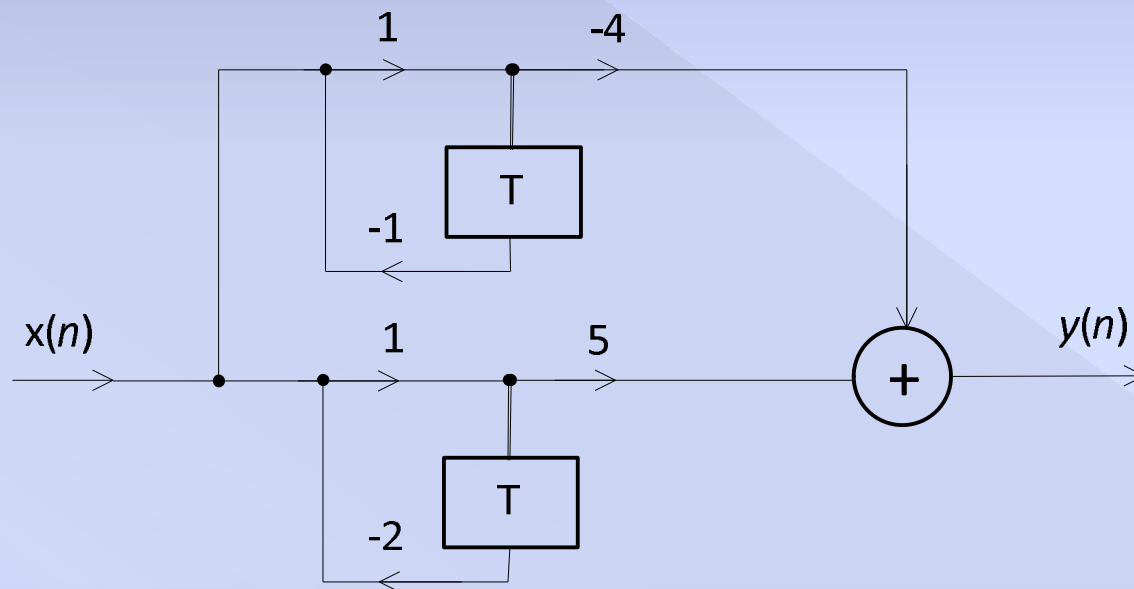
b) Paralelni oblik:

$$H(z) = \frac{Az}{z+1} + \frac{Bz}{z+2} = \frac{Az^2 + 2Az + Bz^2 + Bz}{(z+1)(z+2)} = \frac{z^2(A+B) + z(2A+B)}{(z+1)(z+2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} A+B=1 \\ 2A+B=-3 \end{array} \right\} \Rightarrow A=-4, B=5$$

Realizacija diskretnih IIR sistema

$$H(z) = \frac{-4z}{z+1} + \frac{5z}{z+2} = \frac{-4}{1+z^{-1}} + \frac{5}{1+2z^{-1}}$$



Pitanja za provjeru znanja

- Definisati jedinični impuls i jedinični step niz i dati njihovu grafičku predstavu.
- Definisati magnitudu, energiju i snagu diskretnog signala.
- Definisati tri osnovna elementa za hardversku realizaciju sistema i dati njihovu grafičku predstavu.
- Definisati diferencnu jednačinu. Kada kažemo da diferencna jednačina jednoznačno određuje izlazni signal sistema?
- Definisati IIR i FIR sisteme.
- Definisati direktnu i inverznu FT diskrenih signala, kao i odgovarajuću amplitudsku i faznu karakteristiku.

Pitanja za provjeru znanja

- Definisati osobine FT diskretnih signala.
- Definisati diskretnu FT (DFT). Šta je to korak odabiranja?
- Šta je to zero padding? Kada se koristi i čemu služi? Da li ovom tehnikom mijenjamo vrijednost signala? Objasniti.
- Definisati Z transformaciju. Šta je to oblast konvergencije?
- Definisati i grafički predstaviti oblast konvergencije kauzalnog niza.
- Definisati i grafički predstaviti oblast konvergencije antikauzalnog niza.

Pitanja za provjeru znanja

- Definisati i grafički predstaviti oblast konvergencije niza neograničenog sa obje strane.
- Definisati stabilnost sistema u uslovima Z transformacije.
- Definisati i grafički predstaviti direktni oblik realizacije sistema.
- Definisati i grafički predstaviti kaskadni oblik realizacije sistema.
- Definisati i grafički predstaviti paralelni oblik realizacije sistema.